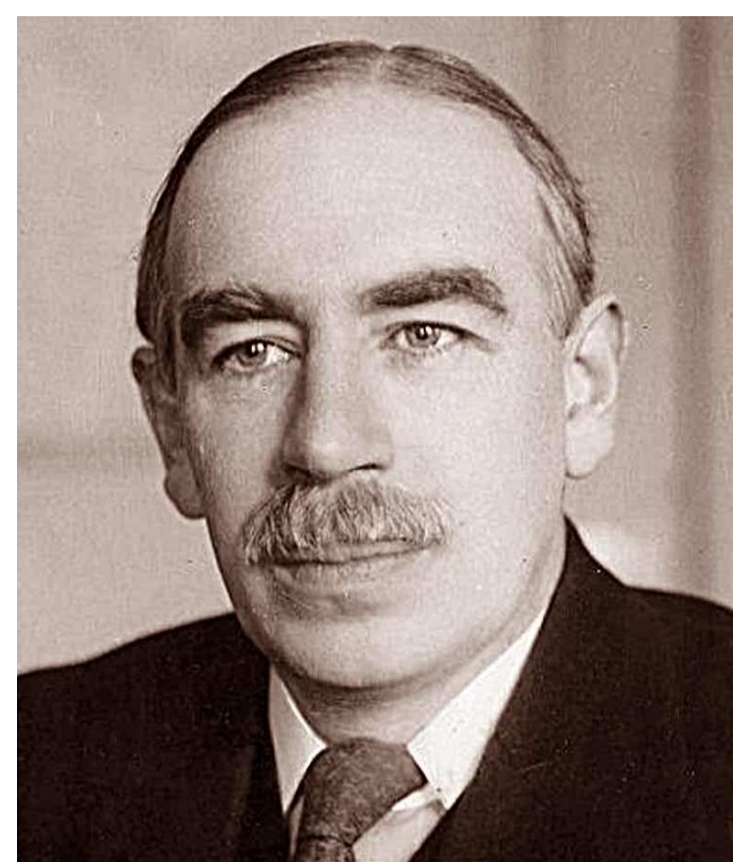


Na visão bayesiana a probabilidade corresponde ao grau de credibilidade atribuído a uma proposição, aplicando-se o Teorema de Bayes para atualizar a distribuição inicial (*a priori*) em função da informação obtida pela observação do fenómeno (informação amostral) obtendo-se, deste modo, a distribuição atualizada (*a posteriori*).

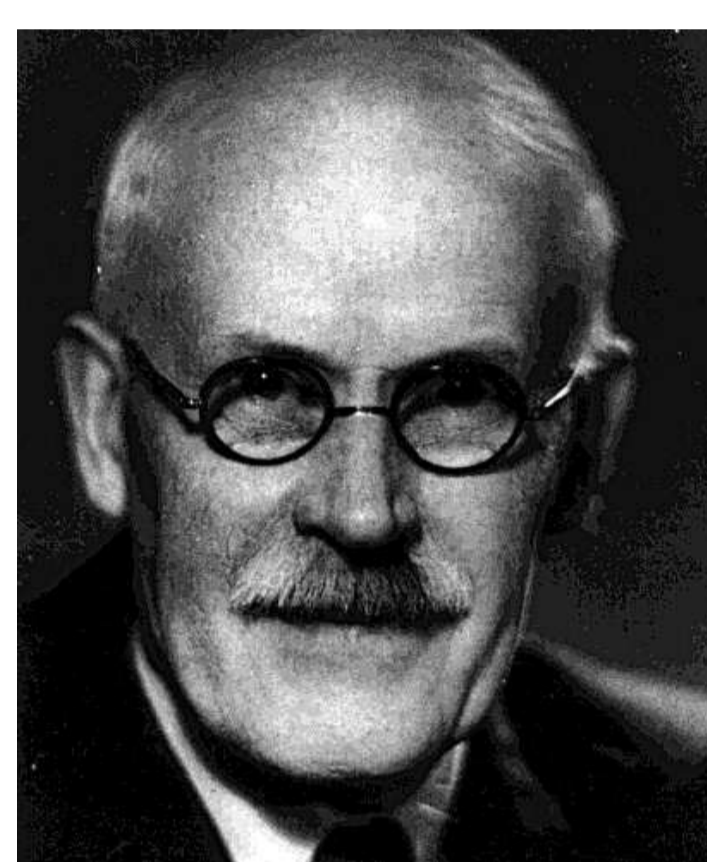
## Bayesianos objetivos – uma extensão da lógica clássica



KEYNES

JOHN MAYNARD KEYNES (1883–1946), mais conhecido pelo seu notável trabalho na Economia, publicou em 1921 *A Treatise on Probability*, uma obra original na qual propõe uma interpretação lógica para a probabilidade, considerando que a probabilidade  $\mathbb{P}(A|B)$  corresponde ao grau de credibilidade sobre uma relação lógica entre uma hipótese **B** e uma proposição **A**, e que a probabilidade de uma relação lógica nem sempre é mensurável e, por vezes, nem comparável (distinguir se o grau de credibilidade é igual, menor ou maior que o de outra proposição).

Nesta visão a probabilidade é determinada objetivamente (independente da nossa opinião) em relação a um nível de conhecimento (que forma as hipóteses), não fazendo sentido a existência das probabilidades absolutas (não condicionadas). Entre os defensores da interpretação lógica de probabilidade destacam-se, além de KEYNES, AUGUSTUS DE MORGAN (1806–1871), WILLIAM ERNEST JOHNSON (1858–1931), HAROLD JEFFREYS (1891–1989), RUDOLF CARNAP (1891–1970), BERNARD KOOPMAN (1900–1981) e, mais recentemente, EDWIN THOMPSON JAYNES (1922–1998).



JEFFREYS

## A interpretação de Ramsey e a teoria da decisão



RAMSEY

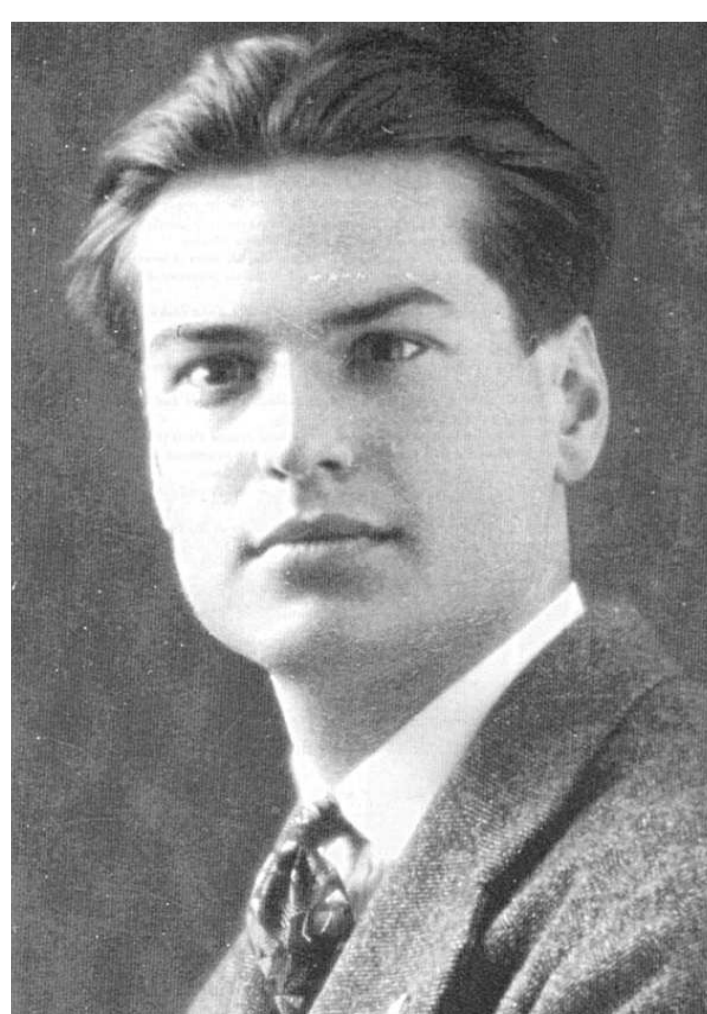
FRANK RAMSEY (1903–1930) escreveu em 1926 *Truth and Probability* (publicado em 1931), onde apresenta uma axiomática baseada em graus subjetivos de credibilidade, na qual considera que o grau de credibilidade de uma relação é sempre mensurável (medido pelo comportamento do agente, apoiando-se no conceito de *apostas* para o quantificar). Contudo, considera que as apostas não devem ser expressas em valores monetários, mas antes através da sua utilidade. Introduz, ainda, a noção de *consistência*, considerando que os graus de credibilidade de cada indivíduo são coerentes (sem contradições) obedecendo, por exemplo, à propriedade transitiva.

## A visão bayesiana personalista de Bruno de Finetti

“*My thesis, paradoxically, and a little provocatively, but nonetheless genuinely, is simply this: PROBABILITY DOES NOT EXIST (...) if regarded as something endowed with some kind of objective existence, is no less a misleading misconception, an illusory attempt to exteriorize or materialize our true probabilistic beliefs.*” [BRUNO DE FINETTI, 1974]

Outra visão subjetiva de probabilidade foi apresentada por BRUNO DE FINETTI (1906–1985), no início da década de 30, na qual a probabilidade é um conceito primitivo que guia o comportamento humano na tomada de decisão sob incerteza. A sua teoria pode ser dividida em duas partes. Primeiro, uma parte quantitativa, que define como medir uma probabilidade subjetiva, isto é, como transformar os nossos graus de incerteza na determinação de um número (recorrendo a apostas coerentes). A segunda parte é a teoria axiomática da probabilidade qualitativa, baseada na comparação de probabilidades utilizando o conceito primitivo “é pelo menos tão preferível como”.

O principal trabalho de DE FINETTI foi apresentado num artigo publicado em 1931, contudo, só posteriormente é que a sua teoria ficou mais acessível, após um convite de MAURICE FRÉCHET (1878–1973), em 1935, para um conjunto de conferências no Instituto Henri Poincaré, cujos conteúdos foram publicados no célebre artigo *La prévision: ses lois logiques, ses sources*



DE FINETTI

*subjectives* em 1937. A sua noção de *permutabilidade* desempenha um papel capital nesta teoria, considerando que numa sequência de provas a ordem dos sucessos é irrelevante para a determinação das probabilidades. Apesar de ter sido um dos principais impulsionadores da interpretação bayesiana de probabilidade, a sua obra apenas se tornou referência a partir da década de 50 através dos trabalhos de SAVAGE e dos desenvolvimentos da teoria dos jogos e da teoria da decisão. Além de RAMSEY e de DE FINETTI, diversos outros autores apresentaram uma visão subjetiva de probabilidade, tais como ÉMILE BOREL (1871–1956), IRVING J. GOOD (1916–2009), LEONARD SAVAGE (1917–1971), DENNIS LINDLEY (1923– ), THOMAS FERGUSON (1929– ), entre muitos outros.

## Estatística bayesiana

Na estatística bayesiana toda a incerteza deve ser descrita através de probabilidades e, se  $\theta \in \Theta$  é um vetor de parâmetros desconhecidos, então devemos quantificar a incerteza associada a  $\theta$  através de distribuições de probabilidades. Não significa isto que  $\theta$  varie ou que possa assumir vários valores,  $\theta$  continua a ser interpretado como um vetor com valores fixos, contudo, como é desconhecido, as probabilidades que associamos a  $\theta$  espelham o grau de credibilidade sobre os possíveis valores que  $\theta$  pode assumir tendo em conta a informação de que dispomos.

Os conceitos subjetivo e lógico de probabilidade representam, ambos, um grau de credibilidade (crença) numa proposição condicionado à informação disponível e, como tal, estas visões utilizam ferramentas semelhantes na Estatística, nomeadamente o recurso ao Teorema de Bayes no processo de aprendizagem para combinar a informação *a priori* com a informação contida nos dados e, deste modo, atualizar as probabilidades *a priori* sempre que houver nova informação — a distribuição *a posteriori* é proporcional à verosimilhança (distribuição dos dados condicional ao parâmetro) vezes a distribuição *a priori*, razão pela qual ambas as visões são denominadas bayesianas.

Para a utilização do Teorema de Bayes é necessário dispor de distribuições *a priori*, sendo a forma de determinar estas distribuições (com base na informação que tenhamos sobre os fenómenos antes de o observarmos) a principal questão que separa as distintas visões bayesianas. Das metodologias mais utilizadas destacamos as distribuições não informativas (que representam o nosso total desconhecimento do fenómeno) havendo distintos argumentos para a sua determinação, como por exemplo os da razão insuficiente de BAYES-LAPLACE (uso da distribuição uniforme), da invariância de JEFFREYS ou da máxima entropia de JAYNES. As distribuições *a priori* podem ainda ser determinadas por outros estudos prévios (observações do mesmo fenómeno efetuadas no passado), pela experiência do investigador acerca do fenómeno em questão, pelo recurso à família conjugada natural do modelo amostral (distribuições *a priori* e *a posteriori* pertencem à mesma classe de distribuições de forma a tornar a atualização do conhecimento menos complexo) ou a uma especificação hierárquica (especificação da distribuição *a priori* dividida em etapas), entre outros.

Todavia, este processo de obtenção analítica de distribuições *a posteriori* é, na maioria das situações, extremamente complexo. Deste modo, na determinação de tais distribuições, pela sua complexidade, tornou-se imprescindível o recurso à simulação, nomeadamente ao método de Monte Carlo via Cadeias de Markov (MCMC – *Markov Chain Monte Carlo*). A potência crescente dos meios computacionais e o desenvolvimento de *software* permitiram ultrapassar esta complexidade e tornaram a metodologia bayesiana mais atrativa e utilizada atualmente.

## A teoria da decisão de Savage

A grande divulgação das ideias bayesianas surge com a publicação em 1954 de *The Foundations of Statistics* de LEONARD JIMMIE SAVAGE (1917–1971). SAVAGE, com base na interpretação personalista de probabilidade de RAMSEY e de DE FINETTI e incorporando os conceitos que JOHN VON NEUMANN (1903–1957) e OSKAR MORGENSTERN (1902–1977) desenvolveram na Teoria dos Jogos, fundamentou a teoria da utilidade esperada com probabilidades subjetivas, criando, deste modo, a Teoria da Decisão Bayesiana.



SAVAGE 9/13